【平板曲げ理論による部材の等分布荷重または節点の集中荷重を受ける薄板のたわみと断面力の計算ソフト】

鉄筋コンクリート床版や鋼板などの平板(薄板)の等分布や集中荷重による作用曲げモーメント等の算出方法は、下記の平板の曲げ解析法一覧表より、[①平板曲げ理論による解析(理論解)による方法]と[②格子モデルによる微小変位理論(棒部材の簡易格子モデル)]および[③簡易算出式による方法]の3方法が一般的です。
上記の3方法の内、①の方法は任意の荷重(等分布、集中)等を任意の位置に載荷することができますが、②の方法は格子モデルに置換しているため節点の集中荷重(等分布は集中荷重に置換える)等に置換える必要があり、また、③の方法は等分布荷重の全載荷が主で集中荷重による作用曲げモーメント等の算出式がない場合や載荷位置が限定された場合のみの算出式です。
また、理論解と簡易算出式の違いについては、鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説(日本建築学会)や鉄道構造物等設計標準・同解説コンクリート構造物H4.11.5に記載されていますが、四辺の拘束条件や着目断面力によりよく一致しているものもあれば、大幅に乖離しているものもあります。
したがって、平板の作用曲げモーメントから決定する平板の使用厚は、常時載荷する荷重であれば余裕のある厚さとするのがよいものと思われます。
また、集中荷重を受ける場合の荷重載荷点直下の作用曲げモーメントは、理論解では解析上無限大となるため等分布荷重の部分載荷荷重(たとえば座金の幅)に置き換えて求める方法等がよいものと思われます。なお、平板の厚さがかなり厚いときや大きな集中荷重を受けるときは、薄板に対する仮定が成り立たなくなります。この場合には3次元弾性論に基づいたせん断変形の影響を考慮した厚板理論による解析等が必要になります。
なお、下記の平板の曲げ解析法一覧表に示すように、本ソフトでは他の方法ではできないような拘束条件、平板の物理定数や板厚、任意位置の荷重の部分載荷や集中荷重の自由度があり、種々の平板の解析が可能です(特に下表の青色で着色した箇所◎印)。

平板の曲げ解析法一覧表

平板の解析に関する参考文献	出典ページ	解析理論または簡易算出方法	拘束条件の自由度	物理定数や板厚の自由度	考慮できる載荷荷重					理論解の比較図
					等分布荷重		集中荷重	線荷重	その他荷重	
					全載荷	部分載荷			三角形分布等	
①本ソフト		平板曲げ理論による解析(理論解)ポアソン比は任意	◎	◎	○	◎	○	△	△	—
③構造力学公式集S61年度版(土木学会)	p.313～376		△	△	○	○	△1点のみ	△1線のみ	△	×
③'01デザインデータブック(日本橋梁建設協会)	p.257～258	構造力学公式集(土木学会)と同じである。ポアソン比は鋼の値(0.3)	△	△	△	×	×	×	△	×
③鋼橋の理論と計算(ｼｭﾀｲﾝﾊﾙﾄ・ﾊｳﾗﾈｯﾄ共著：小松・橋訳)	p.52～112	Marcusの簡易算出式による方法(ねじり考慮)	△	△	○	×	×	×	×	×
③鋼橋設計の基礎(中井博・北田俊行)	p.85～113	Marcusの方法(ねじり考慮)なお、ポアソン比の補間式がある。	△	△	○	×	×	×	×	×
③鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説(日本建築学会)	付図10		△	△	○	×	×	×	×	○
②建築構造設計基準及び同解説(公共建築協会)H9年度版	p.287～298	床版の格子モデルによる微小変位理論(棒部材の簡易格子モデル)	△	△	×	×	○1点のみ	○1線のみ	×	×
③鉄道構造物等設計標準・同解説コンクリート構造物H4.11.5	p.440～444	Grashof-Rankineの方法(ねじり無視)、Marcusの方法(ねじり考慮)	△	△	○	×	×	×	×	○

注)
1. 上表右端に示す考慮できる載荷荷重の記号について
◎：拘束条件では、各辺や平板の任意の中間点の拘束条件(鉛直方向、y軸回り、x軸回り、ねじり)を自由に設定できる。平板の物理定数や板厚を自由に設定できる。
○：考慮できる。
△：拘束条件については四辺の条件が限定されるものを示す(例えば、2辺固定2辺自由のみ計算可能とかです)。載荷荷重では、別の載荷荷重に置き換えて考慮できるものを示す(線荷重→集
2. 平板の物理定数やポアソン比

本ソフトの特長

矩形部材(要素)で構成される平板(薄板)の等分布荷重や集中荷重等を受ける板曲げ解析を行うことができます。
また、材料は任意で、鋼やコンクリートまたはアルミなど自由である。鋼とコンクリートなどの複合構造も計算できる(ヤング係数、ポアソン比で指定)。
板はその厚さが幅や長さの寸法に比べ小さいときは、薄板とみなされる。
本計算は微小変形を受ける薄板の有限変形理論により解析している。
なお、板の厚さがかなり大きいときや大きい集中荷重を受けるときは、薄板に対する仮定が成り立たないため、別途、3次元弾性論に基づいた厚板理論により解析する必要があります。
本ソフトでは、平板の外形寸法と縦横の等分割数と四辺の拘束条件を指定すれば自動的に解析用の格子モデルを作成できます。また、同時に全載荷の等分布載荷荷重、指定された位置(節点)の集中荷重や全部材同一の板厚、ヤング係数、ポアソン比も自動作成できます。以上のすべてについて自動作成した場合はあとは[解析の実行]ボタンを押すだけで作用断面力等(変位、せん断力、曲げモーメント)が出力されます。

本ソフトの特長を要約すると、
①格子が等間隔であれば、解析データや載荷荷重その他断面性能等を自動作成できる。
②四辺の拘束条件は任意に指定できる。
③載荷荷重は、任意の部材や任意の節点の箇所に等分布荷重と集中荷重の両方を同時に考慮できる。
④最大断面力を表示できる。
⑤解析結果の描画ができる。
⑥平板の最大作用曲げモーメントによる曲げ応力度の計算ができる。

⑦等分布満載荷重であれば、最大曲げモーメントの構造力学公式集S61年度版（土木学会)の簡易算出方法との比較が自動的にできる。

【解析条件】
板の要素は矩形であること。
微小変形を受ける薄板の曲げにおいては次の仮定を設けています。
板の中央面は曲げを受けても伸縮しない（中立である）。
変形前に中央面に直角な直線は変形後も中央面に直角な直線である。
この仮定はせん断変形を無視することと同義である。
中央面に直角な方向の応力度は省略することができる。

【本ソフトの便利な利用法】
集中荷重載荷点位置の作用曲げモーメントは解析上無限大となるので、ボルト等の場合にはボルトの底面積または座金がある場合は座金面積相当の部材(要素)に
集中荷重を等分布荷重に置き換えて載荷するのがよい。この場合、格子間隔は実際の底面積相当になるように分割するのがよい。
平板のx方向、y方向の分割数は自由であるが、

部材(要素)の自動分割

部材(要素)の自動分割

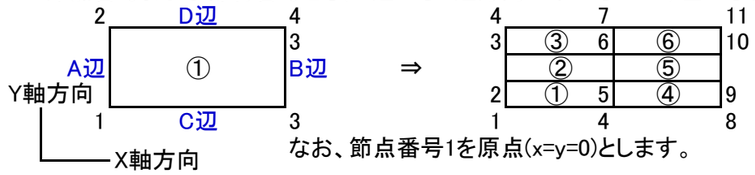
分割データ

幅・高さ	任意の値(mm)	x方向	200
		y方向	200
分割数	x,y方向とも偶数割りと奇数割り自由	x方向	4
		y方向	4
各辺の拘束条件	0:自由　1:固定　-1:単純支持	A辺	1
		B辺	0
		C辺	0
		D辺	0
等分布荷重w	全要素に載荷のみ	N/mm2	10
集中荷重V	1節点のみ。x,y方向偶数割りのときのみ	節点番号	0
	節点番号0は平板中央点載荷	N	0
厚さt	全部材同じとする	mm	25
ヤング係数E	0:鋼のヤング係数。全部材同じとする	N/mm2	0
ポアソン比p	0:鋼のポアソン比。全部材同じとする	mm	0

注）要素自動分割時の各データについての注意事項
幅・高さの最大値の指定はないです。
分割数は、x,y方向とも偶数割りと奇数割りが自由に設定できますが、平板中央の変位や断面力が知りたい時は、x,y方向とも偶数割りとしてください。
ただし、最大の節点数、要素数はそれぞれ200以内としてください。
自動分割時の等分布荷重wは、全要素に全載荷のみとします。
自動分割時の集中荷重Vは、載荷する節点番号で指定する。ただし、x,y方向偶数割りのときのみ節点番号0は平板中央点載荷とします。
なお、等分布荷重、集中荷重とも、上記では上から下方向の作用荷重を正として入力してください。ただし、節点入力シート、部材入力シートでは、下から上方向の作用荷重を正に変換して解析しています。
自動分割時の厚さは、全部材同厚とします。
自動分割時のヤング係数、ポアソン比で0のとき、鋼部材として下記の値を自動入力します
・ヤング係数係数　E＝2.00E+05N/mm2
・ポアソン比　　p＝0.30

自動分割時の部材(要素)の節点番号と部材番号の振り方について

節点番号および部材番号とも、A辺からB辺方向の下から上へ、左から右へ順番にします。



なお、節点番号1を原点(x=y=0)とします。

自動分割時の拘束条件		拘束条件			
		Z方向	y軸回り	x軸回り	ねじり
A,B辺	0:自由	0	0	0	1
	1:固定	1	1	1	1
	-1:単純支持	1	0	1	0
C,D辺	0:自由	0	0	0	1
	1:固定	1	1	1	1
	-1:単純支持	1	1	0	0

注）要素分割時の各辺は、鉛直方向の辺をA,Bとし、水平方向の辺をC,D辺とする。
自動分割時の鉛直方向の辺と水平方向の辺の拘束条件での違いは、単純支持の場合のみ回転固定とする軸回りが異なるだけです。
ただし、平板のコーナー部は、固定を優先させます。その他の節点のねじりはすべて1(固定)とします。
上記以外で、拘束条件を指定したい場合は、直接、[節点入力]シートで指定してください。

使用頻度の多い材料の物理定数

材料		ヤング係数E	ポアソン比p	備考
		N/mm2	—	
鋼および鋳鋼		2.00E+05	0.30	道示より
鋳鉄		1.00E+05	0.25	
鉄筋コンクリート 設計基準強度 σck(N/mm2)	21	2.35E+04	0.167(1/6)	
	24	2.50E+04		
	27	2.65E+04		
	30	2.80E+04		
	40	3.10E+05		
	50	3.30E+05		
	60	3.50E+04		
アルミ	普通純度	6.86E-02	0.33	
	高純度	7.06E-02		

注）アルミニウムの物理定数は通常の場合、合金の種類や質別にかかわらず、上記の値が用いられるようです
その他の物理定数は、インターネットその他で調べてください。
ヤング係数と板厚の単位は、たわみの計算には影響するが、断面力には影響しないので注意すること。
ポアソン比は、x軸方向とy軸方向の作用断面力の分担率に影響します。

節点データ

タイトル	1辺固定他辺自由
節点数	25

節点番号の表示　節点データの消去

拘束条件のZ方向は鉛直方向を指す。

x列	節点番号	節点座標		拘束条件				作用荷重			
		X座標	Y座標	Z方向	y軸回り	x軸回り	ねじり	V	Mx	My	Mt
		mm	mm	0:自由　1:固定				N	N･mm	N･mm	N･mm
1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
1	2	0	50	1	1	1	1	0	0	0	0
1	3	0	100	1	1	1	1	0	0	0	0
1	4	0	150	1	1	1	1	0	0	0	0
1	5	0	200	1	1	1	1	0	0	0	0
2	6	50	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	7	50	50	0	0	0	0	0	0	0	0
2	8	50	100	0	0	0	0	0	0	0	0
2	9	50	150	0	0	0	0	0	0	0	0
2	10	50	200	0	0	0	0	0	0	0	0
3	11	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	12	100	50	0	0	0	0	0	0	0	0
3	13	100	100	0	0	0	0	0	0	0	0
3	14	100	150	0	0	0	0	0	0	0	0
3	15	100	200	0	0	0	0	0	0	0	0
4	16	150	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	17	150	50	0	0	0	0	0	0	0	0
4	18	150	100	0	0	0	0	0	0	0	0
4	19	150	150	0	0	0	0	0	0	0	0
4	20	150	200	0	0	0	0	0	0	0	0
5	21	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	22	200	50	0	0	0	0	0	0	0	0
5	23	200	100	0	0	0	0	0	0	0	0
5	24	200	150	0	0	0	0	0	0	0	0
5	25	200	200	0	0	0	0	0	0	0	0

【座標･節点荷重の入力方法】
①座標の入力方法
･数学座標系で入力。

部材データ

部材数	16

部材番号の表示　　部材データの消去

部材番号	節点番号				厚さ	断面性能		等分布荷重
	反時計回りの順番で指定				t	ﾔﾝｸﾞ係数E	ﾎﾟｱｿﾝ比p	w
	1	2	3	4	mm	N/mm2		N/mm2
1	1	6	7	2	25	200000	0.3	-10
2	2	7	8	3	25	200000	0.3	-10
3	3	8	9	4	25	200000	0.3	-10
4	4	9	10	5	25	200000	0.3	-10
5	6	11	12	7	25	200000	0.3	-10
6	7	12	13	8	25	200000	0.3	-10
7	8	13	14	9	25	200000	0.3	-10
8	9	14	15	10	25	200000	0.3	-10
9	11	16	17	12	25	200000	0.3	-10
10	12	17	18	13	25	200000	0.3	-10
11	13	18	19	14	25	200000	0.3	-10
12	14	19	20	15	25	200000	0.3	-10
13	16	21	22	17	25	200000	0.3	-10
14	17	22	23	18	25	200000	0.3	-10
15	18	23	24	19	25	200000	0.3	-10
16	19	24	25	20	25	200000	0.3	-10

【断面性能・分布荷重の入力方法】
①断面性能の入力方法
・ﾔﾝｸﾞ係数E：鋼 2.00E+05N/mm2

変位・断面力

解析の実行

抽出	V変位	x軸方向回り	y軸方向回り	ねじり角
最大値	0.000	0.000	4.406	0.011
最小値	-7200.693	-48.540	-4.518	-0.058

抽出	S	Mx	My	Mt
最大値	74693.4	5242877.5	1900986.0	54408290.6
最小値	-51497.9	-2852815.9	-1855064.4	-53810402.1

節点変位

節点番号	V変位	x軸方向回り	y軸方向回り	ねじり角
	mm×10^-3	Rad×10^-3	Rad×10^-3	Rad×10^-3
1	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000
6	-651.549	-26.331	-4.518	0.011
7	-753.607	-27.431	-0.716	-0.025
8	-768.037	-27.879	-0.048	-0.010
9	-756.633	-27.543	0.618	0.004
10	-657.556	-26.793	4.406	-0.050
11	-2404.086	-41.723	-3.707	0.006
12	-2523.099	-41.592	-1.332	-0.017
13	-2555.963	-41.818	-0.099	-0.014
14	-2532.708	-41.748	1.131	-0.011
15	-2423.368	-42.312	3.503	-0.057
16	-4669.660	-47.357	-2.484	-0.008
17	-4767.982	-47.099	-1.395	-0.013
18	-4806.797	-47.156	-0.179	-0.015
19	-4785.463	-47.269	1.035	-0.017
20	-4704.745	-47.983	2.122	-0.046
21	-7071.046	-47.896	-2.258	-0.058
22	-7159.485	-48.161	-1.530	-0.029
23	-7200.693	-48.233	-0.407	-0.027
24	-7185.230	-48.334	0.712	-0.026
25	-7122.874	-48.540	1.427	-0.022

部材断面力

部材番号	節点番号	S	Mx	My	Mt
		N	N・mm	N・mm	N・mm
1	1	3327.9	4252697.1	1338524.5	44908365.5
1	6	-29519.6	-2767307.6	-285851.0	-24450851.9
1	7	-47548.5	-2779139.1	-507197.6	30565500.2
1	2	73740.3	5147158.8	-1855064.4	-51788612.5
2	2	45993.9	5142031.6	1743872.1	53588304.3
2	7	-47271.7	-2713838.8	525802.0	-31662601.5
2	8	-51067.3	-2736096.7	-571787.1	31633085.3
2	3	52345.1	5224853.5	-1761777.2	-53810402.1
3	3	52681.9	5242877.5	1798508.0	54408290.6
3	8	-47084.2	-2801401.7	647143.7	-32720651.7
3	9	-51497.9	-2657570.6	-451488.7	30664023.7
3	4	45900.2	5145197.2	-1714278.9	-53202099.3
4	4	74693.4	5182647.1	1900986.0	52527550.9
4	9	-43573.1	-2852815.9	583654.0	-31717117.6
4	10	-32437.7	-2775162.9	364063.5	23396776.7
4	5	1317.4	4245870.6	-1292688.3	-44340243.0
5	6	17019.6	2767307.6	181684.3	23582796.3
5	11	-32503.7	-1226240.8	-163982.0	-10796522.8
5	12	-30738.4	-1176242.4	-19685.5	12311568.3
5	7	46222.5	2797280.7	-772218.5	-26913698.9
6	7	23597.8	2695697.3	753614.0	26274689.1
6	12	-27833.5	-1207247.8	57035.2	-13009981.0
6	13	-35240.7	-1137112.5	-73569.2	12975323.2
6	8	39476.3	2802369.1	-948863.5	-27959542.8
7	8	33675.1	2735129.3	873506.9	27310998.0
7	13	-29298.2	-1216512.0	154443.1	-13889848.9
7	14	-33909.2	-1130638.7	24348.1	12108680.2
7	9	29532.3	2772391.9	-833450.4	-27036100.3
8	9	40538.7	2737994.7	701285.1	26353083.0
8	14	-24771.4	-1259447.6	99968.2	-13234331.8
8	15	-35705.0	-1229891.5	247010.0	9907892.7
8	10	19937.7	2775162.9	-259896.8	-24264832.2
9	11	20003.7	1226240.8	59815.3	9928467.3
9	16	-21300.5	-260999.5	-81520.1	-2751425.2
9	17	-18451.0	-218871.6	185739.3	1810225.5
9	12	19747.8	1241202.1	-228874.5	-10897683.2
10	12	13824.1	1142288.1	191524.8	9859984.8
10	17	-15301.0	-303347.5	-121072.5	-2709329.6
10	18	-21491.3	-215824.8	184702.9	2000653.1
10	13	22968.2	1216500.4	-329001.1	-11022753.0
11	13	16570.6	1137124.1	248127.2	10201167.6
11	18	-15079.4	-299119.1	-102359.7	-2910296.5
11	19	-21774.6	-220662.6	204430.2	1785183.2
11	14	20283.3	1225356.7	-275635.2	-10747484.2
12	14	13397.3	1164729.6	151318.8	10137024.8
12	19	-12005.5	-303808.7	-104473.5	-2704488.4
12	20	-24596.8	-260699.6	165588.8	1853127.3